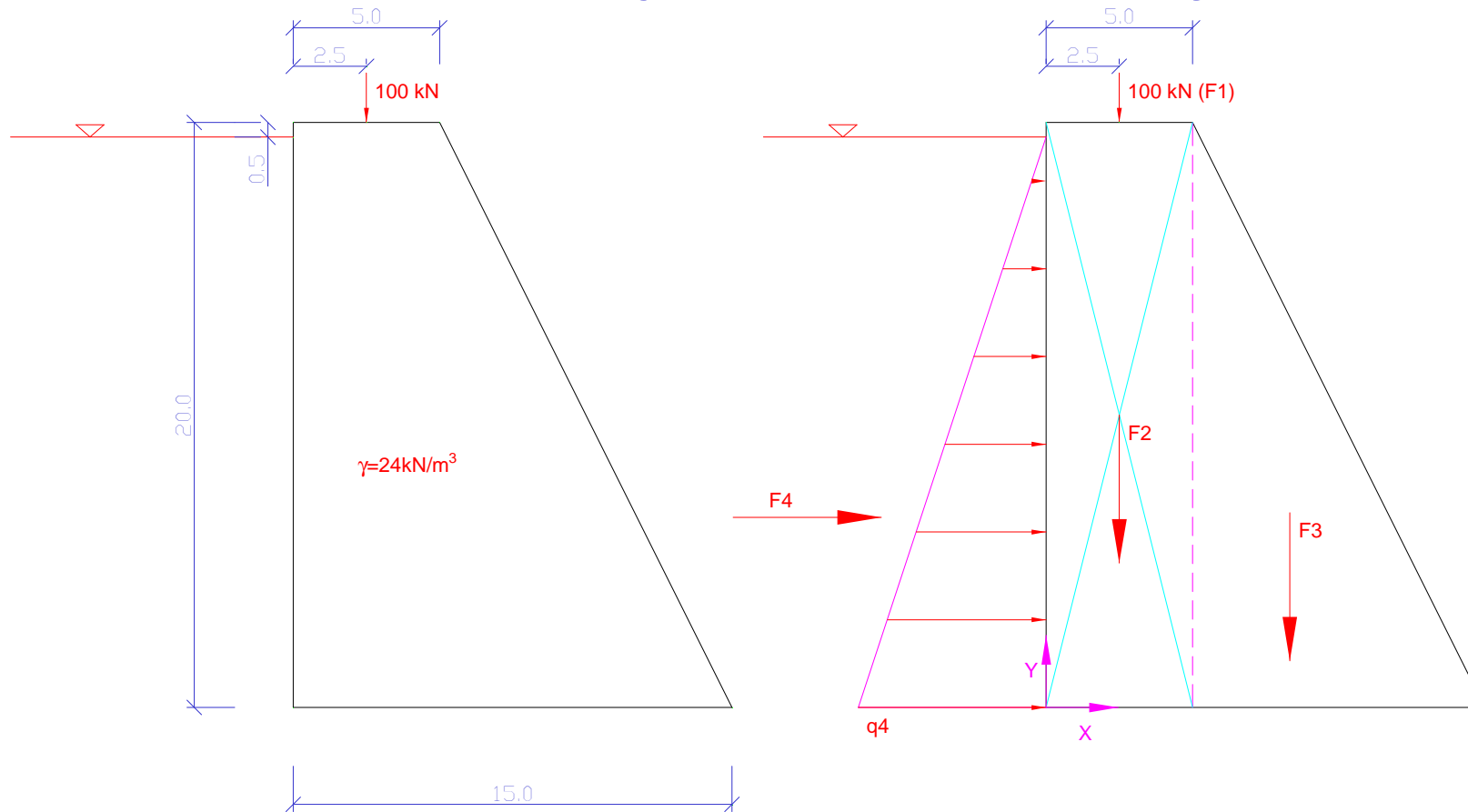


# Redukcja układu sił - przykład



$$q_4 = 1m \cdot 10kN / m^3 \cdot 19.5m = 195kN / m \quad \mathbf{A1} = (2.5; 20; 0)$$

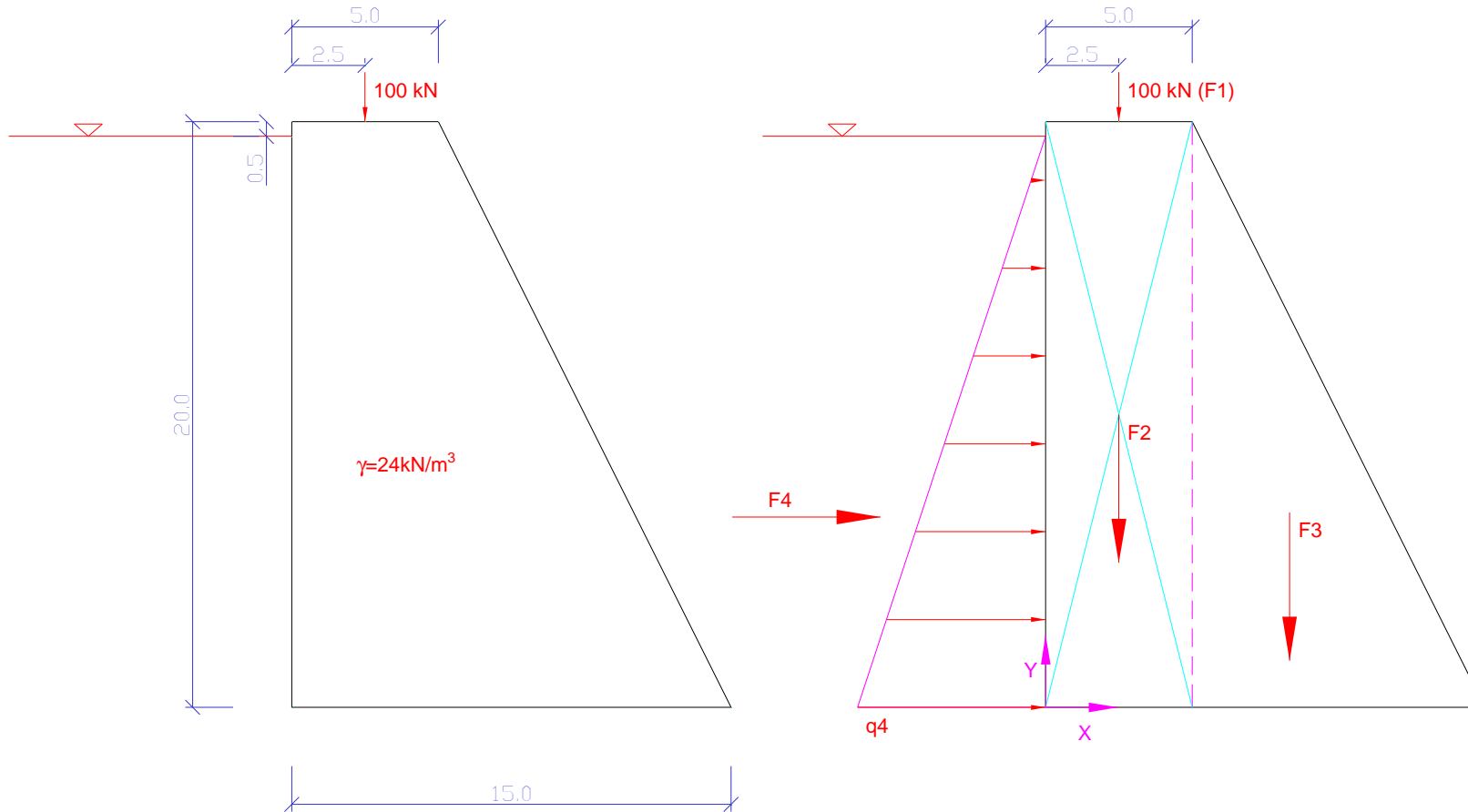
$$F1 = 100kN \quad \mathbf{A2} = (2.5; 10; 0)$$

$$F2 = 1m \cdot 24kN / m^3 \cdot 20m \cdot 5m = 2400kN \quad \mathbf{A3} = (5 + 10 / 3; 20 / 3; 0) = (8.33; 6.67; 0)$$

$$F3 = 1m \cdot 24kN / m^3 \cdot 20m \cdot 10m / 2 = 2400kN \quad \mathbf{A4} = (0; 19.5 / 3) = (0, 6.5; 0)$$

$$F4 = 195kN / m \cdot 19.5m / 2 = 1901.25kN$$

# Redukcja układu sił - przykład



$$\mathbf{F1} = (0; -100; 0)$$

$$\mathbf{F2} = (0; -2400; 0)$$

$$\mathbf{F3} = (0; -2400; 0)$$

$$\mathbf{F4} = (1901.25; 0; 0)$$

$$\mathbf{A1} = (2.5; 20; 0)$$

$$\mathbf{A2} = (2.5; 10; 0)$$

$$\mathbf{A3} = (8.33; 6.67; 0)$$

$$\mathbf{A4} = (0; 19.5/3; 0) = (0, 6.5; 0)$$

## Redukcja układu sił - przykład

$$\mathbf{F1} = (0; -100; 0)$$

$$\mathbf{F2} = (0; -2400; 0)$$

$$\mathbf{F3} = (0; -2400; 0)$$

$$\mathbf{F4} = (1901.25; 0; 0)$$

$$\mathbf{A1} = (2.5; 20; 0)$$

$$\mathbf{A2} = (2.5; 10; 0)$$

$$\mathbf{A3} = (8.33; 6.67; 0)$$

$$\mathbf{A4} = (0, 6.5; 0)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{F1} + \mathbf{F2} + \mathbf{F3} + \mathbf{F4}$$

$$\mathbf{S} = (1901.25; -4900; 0)$$

## Redukcja układu sił - przykład

$$\mathbf{F1} = (0;-100;0)$$

$$\mathbf{A1} = (2.5;20;0)$$

$$\mathbf{F2} = (0;-2400;0)$$

$$\mathbf{A2} = (2.5;10;0)$$

$$\mathbf{F3} = (0;-2400;0)$$

$$\mathbf{A3} = (8.33;6.67;0)$$

$$\mathbf{F4} = (1901.25;0;0)$$

$$\mathbf{A4} = (0,6.5;0)$$

$$\mathbf{M}_0(\mathbf{Fi}) = \mathbf{Ai} \times \mathbf{Fi}$$

$$\mathbf{M}_0(\mathbf{F1}) = \mathbf{A1} \times \mathbf{F1} = \times \begin{bmatrix} 2.5 & 20 & 0 \\ 0 & -100 & 0 \end{bmatrix} = (0;0;2.5 \cdot 100 - 0 \cdot 20) = (0;0;-250)$$

$$\mathbf{M}_0(\mathbf{F2}) = \mathbf{A2} \times \mathbf{F2} = \times \begin{bmatrix} 2.5 & 10 & 0 \\ 0 & -2400 & 0 \end{bmatrix} = (0;0;2.5 \cdot (-2400) - 0 \cdot 10) = (0;0;-6000)$$

$$\mathbf{M}_0(\mathbf{F3}) = \mathbf{A3} \times \mathbf{F3} = \times \begin{bmatrix} 8.33 & 6.67 & 0 \\ 0 & -2400 & 0 \end{bmatrix} = (0;0;8.33 \cdot (-2400) - 0 \cdot 6.67) = (0;0;-19992)$$

$$\mathbf{M}_0(\mathbf{F4}) = \mathbf{A4} \times \mathbf{F4} = \times \begin{bmatrix} 0 & 6.5 & 0 \\ 1901.25 & 0 & 0 \end{bmatrix} = (0;0;0 \cdot 0 - 1901.25 \cdot 6.5) = (0;0;-12358.12)$$

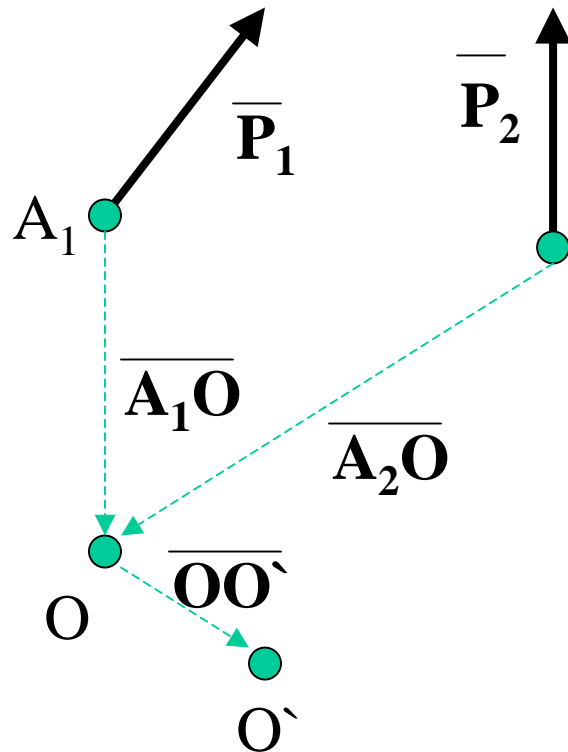
$$\mathbf{M}_0(\mathbf{F}) = \sum_{i=1}^4 \mathbf{M}_0(\mathbf{Fi}) = (0;0;-38600.12)$$

# Redukcja układu sił – przykład

Prostą działania wypadkowej określa się korzystając z twierdzenia o zmianie bieguna, omawianego na wykładzie numer 1.

## Twierdzenie o zmianie bieguna

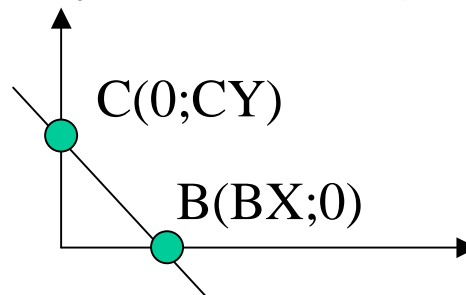
Moment układu sił względem nowego bieguna  $O'$  jest równy sumie momentu tego układu względem starego bieguna  $O$  i momentu sumy sił układu  $S$  (zaczepionej w punkcie  $O$ ) względem nowego bieguna  $O'$



$$\overline{M}_{O'}(\overline{F}_1.. \overline{F}_n) = \overline{M}_O(\overline{F}_1.. \overline{F}_n) + \overline{S} \times \overline{OO'}$$

Poszukuje się punktu dla którego  $M=0$ , gdyż musi on leżeć na prostej działania wypadkowej.

Najlepiej znaleźć punkty leżące w miejscach przecięcia prostej działania wypadkowej z osiami układu współrzędnych, gdyż umożliwia to natychmiastowe podanie równania tej prostej.



$$\frac{X}{BX} + \frac{Y}{CY} = 1$$

## Redukcja układu sił – przykład

Poszukiwanie punktu przecięcia prostej działania wypadkowej z osią X.

Poszukiwany punkt B ma współrzędne (BX;0).

$$\overline{\mathbf{M}}_B(\overline{F}) = \overline{\mathbf{M}}_O(\overline{F}) + \mathbf{S} \times \overline{\mathbf{OB}} = 0$$

$$(0;0;-38600.12)_+ \times \begin{bmatrix} 1901.25 & -4900 & 0 \\ BX & 0 & 0 \end{bmatrix} = (0;0;0)$$

**Rozpatrywana jest tylko współrzędna Z wektora momentu (pozostałe są zerowe z definicji)**

$$-38600.12 + (1901.25 \cdot 0 + BX \cdot 4900) = 0$$

$$BX = 7.88m$$

## Redukcja układu sił – przykład

Poszukiwanie punktu przecięcia prostej działania wypadkowej z osią Y.

Poszukiwany punkt C ma współrzędne (0;CY).

$$\overline{\mathbf{M}}_c(\overline{F}) = \overline{\mathbf{M}}_o(\overline{F}) + \mathbf{S} \times \overline{\mathbf{OC}} = 0$$

$$(0;0;-38600.12) + \times \begin{bmatrix} 1901.25 & -4900 & 0 \\ 0 & CY & 0 \end{bmatrix} = (0;0;0)$$

**Rozpatrywana jest tylko współrzędna Z wektora momentu (pozostałe są zerowe z definicji)**

$$-38600.12 + (1901.25 \cdot CY + 0 \cdot 4900) = 0$$

$$CY = 20.30m$$

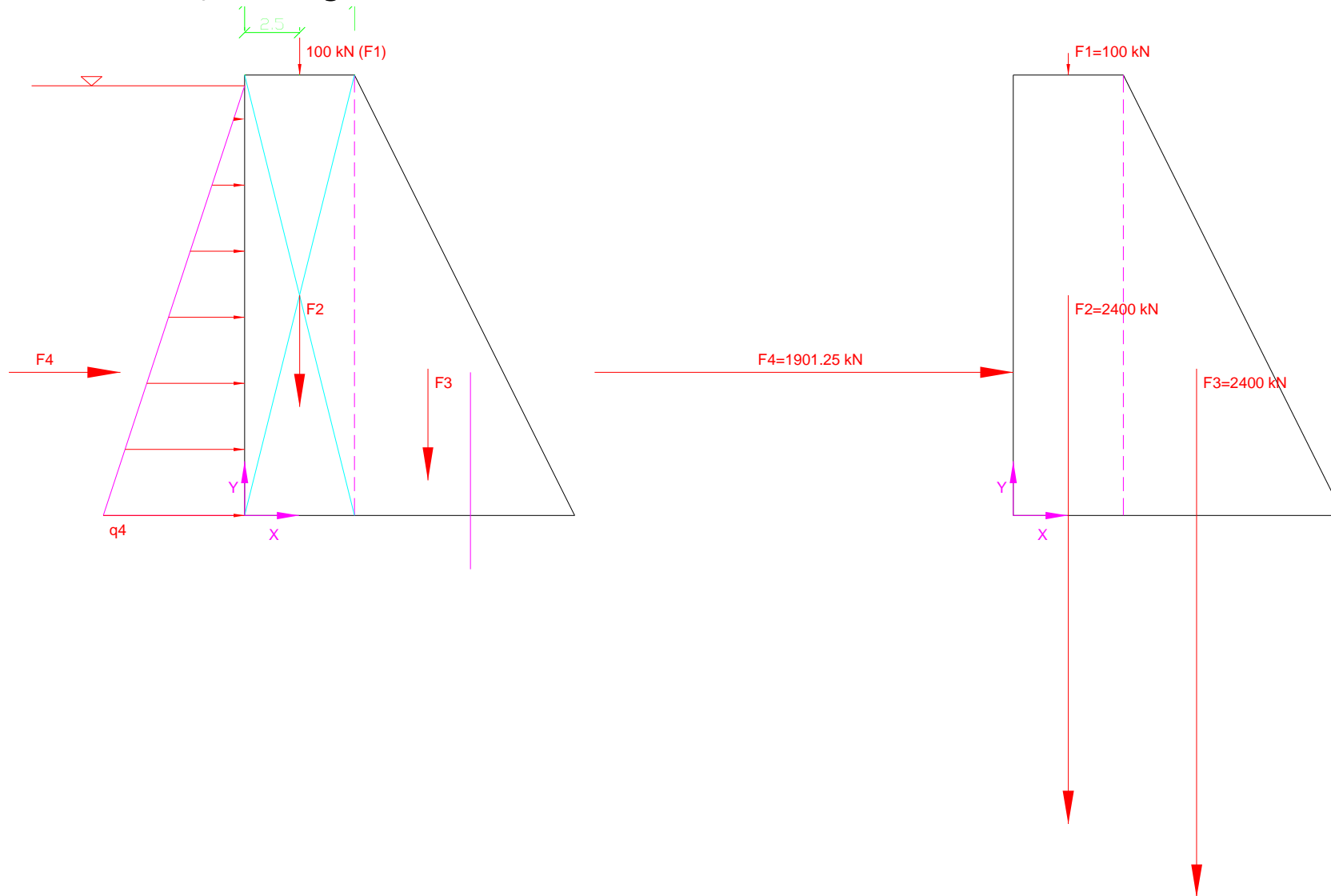
**Prosta działania wypadkowej ma więc równanie**

$$\frac{X}{BX} + \frac{Y}{CY} = 1$$

$$\frac{X}{7.88} + \frac{Y}{20.30} = 1$$

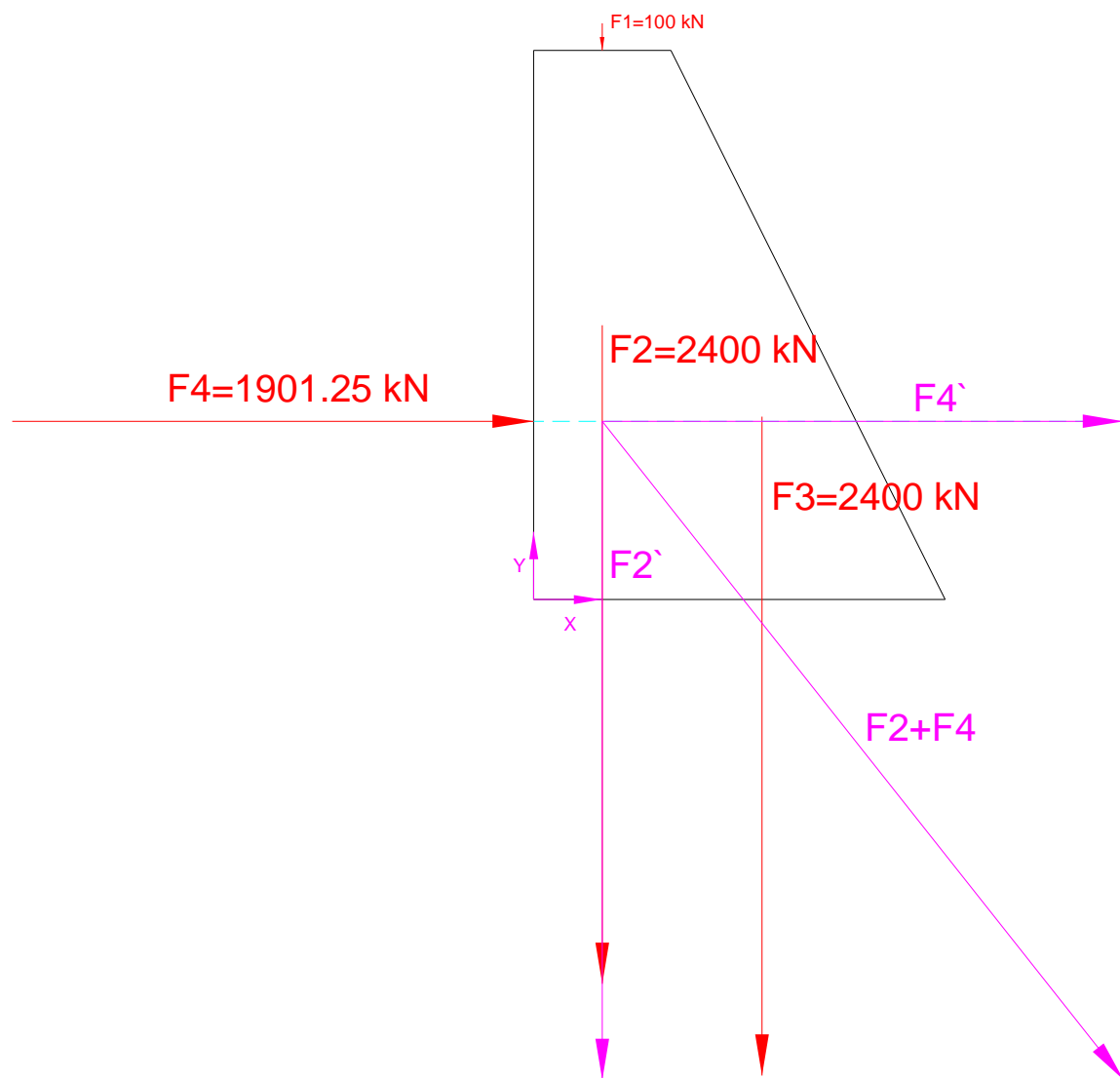
# Redukcja układu sił – przykład

## Rozwiązanie graficzne



# Redukcja układu sił – przykład

Rozwiązanie graficzne



# Redukcja układu sił – przykład

